

SLOVENSKÁ POĽNOHOSPODÁRSKA UNIVERZITA V NITRE
Technická fakulta
Ústav konštruovania a strojárskych technológií

doc. Ing. Jozef Rédl, PhD.

TECHNICKÁ MECHANIKA

Návody na cvičenia

Nitra 2025
Vydala Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre
vo Vydavateľstve SPU

Autor: doc. Ing. Jozef Rédl, PhD.
Ústav konštruovania a strojárskych technológií
TF, SPU v Nitre

Recenzenti: doc. RNDr. Ľubomír Kubík, PhD.
Ústav elektrotechniky, automatizácie, informatiky a fyziky
TF, SPU v Nitre

Ing. Ján Antl, PhD.
Skartek s.r.o., Vlčkovce

Schválila rektorka Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre dňa 4. 2. 2025
ako návody na cvičenia pre študentov SPU v Nitre.

© J. Rédl, Nitra 2025

ISBN 978-80-552-2832-7

OBSAH

	ÚVOD	
1	STATIKA	6
1.1	Súradnicové sústavy.....	6
1.1.1	Ortogonalná súradnicová sústava.....	6
1.1.2	Valcová súradnicová sústava.....	7
1.1.3	Gul'ová súradnicová sústava.....	8
1.1.4	Polárne súradnice.....	8
1.1.5	Ortogonalne transformácie.....	9
1.2	Sila ako vektor.....	16
1.3	Centrálna rovinná silová sústava.....	18
1.4	Dôsledky pôsobenia sily.....	24
1.5	Teleso viazané v rovine.....	29
1.5.1	Rovnováha síl s čiastočnou výslednicou.....	36
1.5.2	Viazané teleso – konzola.....	45
1.6	Nepohyblivé rovinné sústavy telies.....	49
1.6.1	Prúťové sústavy.....	49
1.6.1.1	Styčnicková metóda.....	50
1.6.1.2	Metóda Maxwell-Cremona.....	53
1.6.1.3	Ritterová metóda.....	55
1.6.2	Metóda superpozície.....	57
1.7	Pohyblivé rovinné sústavy telies.....	62
1.8	Ťažisko.....	68
1.9	Rovnováha telies uložených v reálnych väzbách.....	73
1.9.1	Šmykové trenie.....	74
1.9.2	Vzpriečenie.....	76
1.9.3	Valivý odpor.....	77
1.9.4	Šmyk zakrivených vlákien.....	78
1.9.5	Rotačné uloženie.....	79
1.10	Priestorové sústavy telies.....	82
1.11	Mechanická práca.....	86
2	KINEMATIKA	90
2.1	Kinematika bodu.....	90
2.1.1	Pól pohybu.....	100
2.2	Kinematika rovinných pohybov tuhých telies.....	104
2.2.1	Metóda tuhej úsečky.....	104
2.2.2	Metóda pootočených rýchlostí.....	108
2.2.3	Pólová metóda.....	110

OBSAH-pokračovanie

2.3	Všeobecný rovinný pohyb tuhých telies.....	111
2.3.1	<i>Základný rozklad pohybu.....</i>	111
2.3.2	<i>Coriolisová metóda rozkladu pohybu.....</i>	122
2.3.3	<i>Analytické metódy kinematiky s použitím softvéru.....</i>	131
2.3.4	<i>Kinematika prevodov.....</i>	135
3	DYNAMIKA	139
3.1	Dynamika hmotného bodu.....	139
3.2	Kmitavý pohyb hmotného bodu.....	149
3.2.1	<i>Harmonický netlmený pohyb.....</i>	149
3.2.2	<i>Harmonický tlmený pohyb.....</i>	153
3.3	Dynamika sústavy hmotných bodov.....	159
3.4	Dynamika tuhého telesa.....	164
3.4.1	<i>Parametre zotrvačnosti a rovinný pohyb tuhého telesa.....</i>	164
3.5	Dynamika sústav tuhých telies.....	170
PRÍLOHA A	Matematické základy.....	174
PRÍLOHA B	GNU OCTAVE.....	180
	ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY.....	182
	ZOZNAM POUŽITÉHO SOFTVÉRU.....	185

ÚVOD

Skriptá *Technické mechanika - návody na cvičenia*, sú určené hlavne pre poslucháčov technickej fakulty dennej a kombinovanej formy štúdia na SPU v Nitre. Štruktúra učebnej pomôcky striktné rešpektuje predpísaný obsah, ktorý je daný súčasnými akreditačnými dokumentami. Obsahová náplň je prispôbena aktuálnym študijným programom na Technickej fakulte SPU v Nitre. Úlohou predkladanej publikácie je poskytnúť študentom vhodnú pomôcku pri ich štúdiu a zároveň poskytnúť oporný bod pre pedagógov, ktorí sa podieľajú na pedagogickom procese predmetu technická mechanika. Skriptá sú vhodné aj pre online formu štúdia, keďže učebný text je tvorený hlavne vyriešenými metodickými ukážkami, ktoré sú riešené analyticky, graficky a aj pomocou programov *GNU Octave*, *SciLab* a *OpenModelica*, ktorých algoritmy sú dostupné v dokumentovom serveri UIS a na GitHube. Skriptá sú rozdelené na tri časti a to statika, kinematika a dynamika. Veľká väčšina úloh je prevzatá z praktických problémov konštruovania a v prípade teoretického výkladu danej problematiky sú podmienky výpočtu idealizované z dôvodu zjednodušenia riešenia. Teoretické odvodenia sú uvedené v učebnici *Technická mechanika*. Do učebnej pomôcky sme v rámci príloh zahrnuli aj základný prehľad matematických metód a základy práce s programom *GNU Octave*. Použité programy sú voľne dostupné a sú zdarma a preto ich funkčnosť nie je zaručená! V publikácii boli použité literárne zdroje voľne dostupné cez sieť Eduroam z databáz Knovel.com a link.springer.com, prípadne iné voľne dostupné učebnice.

Na tomto mieste sa chcem poďakovať recenzentom za dôslednú kontrolu predkladanej publikácie ako aj Vydavateľstvu SPU v Nitre za korektnú spoluprácu. V prípade výskytu chýb, preklepov, alebo nefunkčných algoritmov, budem každému čitateľovi vďačný ak ma upozorní na: jozef.redl@uniag.sk alebo patrik.kosa@uniag.sk. Vzhľadom na programátorskú chybu v programe MS Office365 Word, môžu mať niektoré vzorce rozdielnu veľkosť písma.

Dúfam že predkladaná učebná pomôcka naplní svoje poslanie u každého študenta alebo pedagóga.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- [01] BORUTZKY, W. (2024). Linear Multivariable Control Engineering Using GNU Octave. Springer Cham. DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-031-44508-8>. Dostupné na: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-44508-8>. [05.05.2024].
- [02] BOTTEMA, O. - ROTH, B. (1979). Theoretical Kinematics. © Dover Publications. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpTK000002/theoretical-kinematics/theoretical-kinematics>. [15.07.2024].
- [03] DING , H.- YANG ,W.- KECSKEMÉTHY, A. (2022). Automatic Structural Synthesis and Creative Design of Mechanisms. Springer Singapore. DOI <https://doi.org/10.1007/978-981-19-1508-6>. Dostupné na: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-981-19-1508-6>. [05.05.2024].
- [04] FISCHER,U. - HEINZLER, M. - NÄHER, F. - PAETZOLD,H.- GOMERINGER, R.- KILGUS,R. - OESTERLE,S.- STEPHAN, A. (2012). Mechanical and Metal Trades Handbook. Verlag Europa Lehrmittel, Europa-No.:1910X. pp.444. ISBN 13 978-3-8085-1914-1.
- [05] GROVES, P. D. (2013). Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems (2nd Edition). Artech House. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpPGNSSIM9/principles-gnss-inertial/principles-gnss-inertial>. [02.02.2024]
- [06] GNU Octave. (2024). The Octave Project Developers. Dostupné na: <https://docs.octave.org/latest/>
- [07] HALL, A.S. - ARCHER, F.E. - GILBERT, R.I. (1999). Engineering Statics (2nd Edition). New South Publishing. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpESE00012/engineering-statics-2nd/engineering-statics-2nd>. [10.06.2024].
- [08] HERMAN, E. - STRANG,G. (2018) Calculus Volume 3. OpenStax, Rice University. pp.1023. ISBN-10 1-947172-16-6. Dostupné na: <https://openstax.org/books/calculus-volume-3/pages/preface>. [21.04.2024].
- [09] ISO 80000-4 Quantities and units-Part 4: Mechanics, www.iso.org.
- [10] JAZAR, R. N. (2011). Advanced Dynamics - Rigid Body, Multibody, and Aerospace Applications. © John Wiley & Sons. Dostupné na:

- <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpADRBMAAN/advanced-dynamics-rigid/advanced-dynamics-rigid>. [28.07.2024].
- [11] KARNOVSKY, I. A. - LEBED, O. (2021) Advanced Methods of Structural Analysis. Springer Cham, eBook ISBN 978-3-030-44394-8, p.795. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-44394-8>, Dostupné na: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-44394-8> [02.08.2024]
- [12] KASDIN, N. – JEREMY, P. - DEREK A. (2011). Engineering Dynamics - A Comprehensive Introduction. © Princeton University Press. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpEDACI002/engineering-dynamics/engineering-dynamics>. [29.07.2024].
- [13] LITVIN, F.L. - FUENTES, A. (2004). Gear Geometry and Applied Theory (2nd Edition). Cambridge University Press. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpGGATE003/gear-geometry-applied/gear-geometry-applied>. [29.11.2024]
- [14] LONEY, S. L. (2017). Elements of Statics and Dynamics, Part-I Statics. New Academic Science. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpESDPS005/elements-statics-dynamics/elements-statics-dynamics>. [18.07.2024].
- [15] MALTHE-SØRENSEN, A. (2015). Elementary Mechanics Using Matlab - A Modern Course Combining Analytical and Numerical Techniques, © Springer International Publishing Switzerland. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-19587-2>
Dostupné na: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-19587-2.pdf>. [06.06.2024]
- [16] MARGHITU, D.B. - GHAEDNIA, H. - ZHAO, J. (2022) Mechanical Simulation with MATLAB®, © Springer International Publishing Switzerland. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-88102-3>, Dostupné na: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-88102-3>. [02.02.2024].
- [17] MEGSON, T.H.G. (2005). Structural and Stress Analysis (2nd Edition). Elsevier. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpSSAE0005/structural-stress-analysis/structural-stress-analysis>. [27.06.2024]
- [18] NAGAR, S. (2017). Introduction to Scilab. Apress Berkeley, CA. DOI <https://doi.org/10.1007/978-1-4842-3192-0>. Dostupné na: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4842-3192-0>. [05.05.2024].

- [19] NIKU, S. B. (2020). Introduction to Robotics - Analysis, Control, Applications (3rd Edition). John Wiley & Sons. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpIRACAE0E/introduction-robotics/introduction-robotics>. [03.06.2024].
- [20] PETROSIAN, L.G.- AMBARTSUMIAN, V. A. (2020). Static and Dynamic Analysis of Engineering Structures - Incorporating the Boundary Element Method. © John Wiley & Sons. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpsDAESIBF/static-dynamic-analysis/static-dynamic-analysis>. [01.01.2024].
- [21] RÉDL, J. (2020) Pružnosť a pevnosť. VES SPU Nitra, ISBN 978-80-552-2175-5.
- [22] SHABANA, A. A. (2019). Theory of Vibration. Springer Cham. DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-319-94271-1>. Dostupné na: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-94271-1>. [05.05.2024].
- [23] STAHEL, A. (2022). Octave and MATLAB for Engineering Applications. DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-658-37211-8>. Dostupné na: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-658-37211-8> [05.05.2024].
- [24] SUBRAMANIAN, N. (2011). Steel Structures - Design and Practice. Oxford University Press. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpSSDP0002/steel-structures-design/steel-structures-design>. [18.07.2024]
- [25] TABATABAIAN, M. (2021). Tensor Analysis for Engineers - Transformations-Mathematics-Applications (2nd Edition). Mercury Learning and Information. Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpTAETMAE1/tensor-analysis-engineers/tensor-analysis-engineers>. [21.01.2024].
- [26] YAKIMENKO, O. A. (2020). Engineering Computations and Modeling in MATLAB®/Simulink® (2nd Edition). American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). Dostupné na: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpECMMAT01/engineering-computations/engineering-computations>. [29.07.2024].

ZOZNAM POUŽITÉHO SOFTVÉRU

- [S1] GNU Octave, <https://octave.org/download> . [21.12.2024]
- [S2] MRPT, <https://docs.mrpt.org/reference/latest/download-mrpt.html> . [21.12.2024]
- [S3] Open Modelica, <https://build.openmodelica.org/omc/builds/windows/releases/1.24/3> . [21.12.2024]
- [S4] SciLab, <https://www.scilab.org/software> . [21.12.2024]

Zdrojové kódy sú dostupné na:

<https://github.com/dodyka/TM-Lessons>

Autor:
doc. Ing. Jozef Rédl, PhD.

Názov:
TECHNICKÁ MECHANIKA
Návody na cvičenia

Vydavateľ: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre

Vydanie: prvé

Náklad: 300 ks

Rok vydania: 2025

Počet strán: 186

AH – VH: 14,42 – 15,18

Neprešlo redakčnou úpravou vo Vydavateľstve SPU v Nitre.

ISBN 978-80-552-2832-7

Táto publikácia bola vytlačená na ekologickom papieri.

