

doc. RNDr. Dana Országhová, CSc.

Mgr. Peter Hlaváč, PhD.

Mgr. Radomíra Hornyák Gregáňová, PhD.

PaedDr. Tomáš Pechočiak, PhD.

doc. RNDr. Monika Božíková, PhD.

Mgr. Vladimír Matušek, PhD.

doc. RNDr. Ľubomír Kubík, PhD.

VYBRANÉ KAPITOLY Z MATEMATIKY PRE TECHNIKOV

Nitra 2020

NÁZOV UČEBNICE:

VYBRANÉ KAPITOLY Z MATEMATIKY PRE TECHNIKOV

AUTORI:

doc. RNDr. Dana Országhová, CSc. 1,88 AH

Katedra matematiky FEM SPU v Nitre

Mgr. Peter Hlaváč, PhD. 2,13 AH

Katedra fyziky TF SPU v Nitre

Mgr. Radomíra Hornyák Gregáňová, PhD. 1,07 AH

Katedra matematiky FEM SPU v Nitre

PaedDr. Tomáš Pechočiak, PhD. 1,35 AH

Katedra matematiky FEM SPU v Nitre

doc. RNDr. Monika Božíková, PhD. 0,74 AH

Katedra fyziky TF SPU v Nitre

Mgr. Vladimír Matušek, PhD. 0,63 AH

Katedra matematiky FEM SPU v Nitre

doc. RNDr. Ľubomír Kubík, PhD. 0,55 AH

Katedra fyziky TF SPU v Nitre

RECENZENTI:

prof. RNDr. Anna Tirpáková, CSc.

doc. Ing. Ján Čimo, PhD.

Schválila rektorka Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre dňa 26. 11. 2020 ako vysokoškolskú učebnicu pre študentov SPU v Nitre.

Vysokoškolská učebnica vyšla s finančnou podporou projektu KEGA č. 029SPU-4/2018: *Digitálne edukačné aplikácie v matematike* (riešenie v rokoch 2018 – 2020).

© doc. RNDr. Dana Országhová, CSc., Mgr. Peter Hlaváč, PhD.,
Mgr. Radomíra Hornyák Gregáňová, PhD., PaedDr. Tomáš Pechočiak, PhD.,
doc. RNDr. Monika Božíková, PhD., Mgr. Vladimír Matušek, PhD.,
doc. RNDr. Ľubomír Kubík, PhD.

ISBN 978-80-552-2261-5

Obsah

Úvod.....	5
1 Reálne čísla.....	7
1.1 Množina prirodzených a celých čísel.....	7
1.2 Množina racionálnych čísel.....	8
1.3 Množina reálnych čísel.....	10
1.4 Výrazy a úprava výrazov.....	11
1.5 Mocnina a odmocnina reálnych čísel.....	13
1.6 Mocniny dvojčlenov a binomická veta.....	17
1.7 Úlohy a cvičenia.....	23
2 Komplexné čísla.....	31
2.1 Komplexné čísla, ich vlastnosti a zobrazenie v Gaussovej rovine.....	31
2.2 Operácie s komplexnými číslami.....	34
2.3 Goniometrický tvar komplexného čísla.....	37
2.4 Exponenciálny tvar komplexného čísla.....	39
2.5 Výpočet n-tej mocniny komplexného čísla.....	39
2.6 Úlohy a cvičenia.....	40
3 Metódy riešenia rovníc.....	43
3.1 Teoretické pojmy k metódam riešenia rovníc.....	43
3.2 Lineárne rovnice.....	44
3.3 Kvadratické rovnice.....	46
3.4 Rovnice s neznámou v menovateli zlomku.....	51
3.5 Úlohy a cvičenia.....	55
4 Riešenie sústav rovníc.....	57
4.1 Sústavy dvoch lineárnych rovníc s dvomi neznámymi.....	57
4.2 Sústavy troch lineárnych rovníc s tromi neznámymi.....	61
4.3 Sústavy lineárnej a kvadratickej rovnice.....	68
4.4 Úlohy a cvičenia.....	69
5 Aplikácia riešenia rovníc a sústav rovníc v technickej praxi.....	71
5.1 Vyjadrenie neznámej zo vzorca.....	71
5.2 Aplikácia lineárnych rovníc.....	74
5.3 Aplikácia kvadratických rovníc.....	79
5.4 Aplikácia sústav rovníc.....	85

5.5	Úlohy a cvičenia.....	89
6	Goniometrické funkcie a riešenie goniometrických rovníc.....	91
6.1	Goniometrické funkcie.....	91
6.2	Úpravy goniometrických výrazov.....	98
6.3	Riešenie goniometrických rovníc.....	100
6.4	Úlohy a cvičenia.....	106
7	Trigonometria a jej aplikácie.....	107
7.1	Definície, typy a vlastnosti trojuholníkov, trojuholníková nerovnosť.....	107
7.2	Konštrukcia trojuholníka.....	110
7.3	Výšky a ťažnice trojuholníka.....	111
7.4	Kružnica opísaná a vpísaná trojuholníku.....	112
7.5	Pravouhlý trojuholník, Pytagorova veta, goniometrické funkcie.....	114
7.6	Euklidove vety.....	119
7.7	Sínusová a kosínusová veta.....	122
7.8	Zorný, výškový a hĺbkový uhol.....	123
7.9	Úlohy a cvičenia.....	127
8	Rovinné a priestorové útvary v technickej praxi.....	129
8.1	Trojuholník.....	129
8.2	Štvoruholníky.....	133
8.3	Objemy a povrchy telies.....	138
8.4	Úlohy a cvičenia.....	144
9	Limita postupnosti a limita funkcie.....	145
9.1	Postupnosť reálnych čísel a jej vlastnosti.....	145
9.2	Limita postupnosti reálnych čísel.....	148
9.3	Limita funkcie s jednou reálnou premennou.....	153
9.4	Asymptoty grafu funkcie.....	161
9.5	Úlohy a cvičenia.....	164
10	Diferenciál funkcie a jeho matematický a fyzikálny význam.....	169
10.1	Definícia diferenciálu funkcie.....	169
10.2	Geometrický význam derivácie a diferenciálu funkcie.....	170
10.3	Totálny diferenciál funkcie.....	171
10.4	Fyzikálny význam diferenciálu funkcie.....	171
10.5	Úlohy a cvičenia.....	175
	Literatúra.....	177

Úvod

Štúdium na univerzite je založené na aktívnom získavaní nových vedomostí, ktoré budú študenti vedieť použiť priamo v praxi pri riešení aplikačných úloh a projektov. Technické študijné programy majú v obsahu povinných predmetov aj matematiku v teoretickej a aplikačnej podobe. V samostatnom štúdiu odborných poznatkov študentom pomáhajú študijné materiály a zdroje, ku ktorým patrí aj vytvorená učebnica *Vybrané kapitoly z matematiky pre technikov*. Hlavným vzdelávacím cieľom tejto učebnice je doplnenie a rozšírenie matematických vedomostí študentov, ktorí prichádzajú do prvého ročníka štúdia na Slovenskej poľnohospodárskej univerzite v Nitre z rôznych typov stredných škôl.

Učebnica je určená pre predmet *Teoretické základy technických disciplín*, ktorý je vyučovaný v 1. ročníku na bakalárskom stupni štúdia v rámci akreditovaných študijných programov na Technickej fakulte. Predmet *Teoretické základy technických disciplín* má za úlohu sumarizovať, opakovať a upevňovať poznatky a praktické, resp. výpočtové zručnosti študentov technických odborov z matematiky. Zároveň je nosným cieľom predmetu spájať matematické poznatky a aplikovať ich pri riešení problémov z technickej praxe. Tematické zameranie predmetu priamo korešponduje s požiadavkami odborne zameraných katedier TF na obsah a rozsah matematických vedomostí študentov.

Učebnica je rozdelená do jednotlivých kapitol podľa tematických okruhov. Náplňou prvej a druhej kapitoly sú poznatky o reálnych a komplexných číslach, ktoré sú základom všetkých výpočtov v technických disciplínach. Nasledujúce tri kapitoly sú venované riešeniu vybraných typov rovníc, sústav rovníc a ukážkam v aplikačných úlohách. V ďalšej kapitole je spracovaná problematika goniometrických funkcií a riešenia goniometrických rovníc. Za tým nasledujú kapitoly o trigonometrii, rovinných a priestorových útvaroch s aplikáciami v technickej praxi. Posledné dve kapitoly obsahujú témy z diferenciálneho počtu, kam patria základné pojmy o limite funkcie s jednou reálnou premennou a diferenciál funkcie.

V každej kapitole sú vysvetlené hlavné matematické pojmy, podrobne uvedené postupy v riešení ukážkových príkladov aj s aplikáciami poznatkov v technickej praxi. Učebnica je pre názornosť doplnená ilustračnými obrázkami, tabuľkami a grafmi. V závere kapitoly sú zaradené úlohy a cvičenia s výsledkami, ktoré študentom poslúžia v samostatnom štúdiu a v príprave na testy pri overení si získaných vedomostí.

Publikáciu recenzovali prof. RNDr. Anna Tirpáková. CSc. a doc. Ing. Ján Čimo, PhD., ktorým chceme poďakovať za cenné pripomienky a návrhy na úpravy, ktorými prispeli k zvýšeniu kvality tejto publikácie.

V Nitre, júl 2020

Dana Országhová a Monika Božíková
za kolektív autorov

Názov: Vybrané kapitoly z matematiky pre technikov

Autori: doc. RNDr. Dana Országhová, CSc.
Mgr. Peter Hlaváč, PhD.
Mgr. Radomíra Hornyák Gregáňová, PhD.
PaedDr. Tomáš Pechočiak, PhD.
doc. RNDr. Monika Božíková, PhD.
Mgr. Vladimír Matušek, PhD.
doc. RNDr. Ľubomír Kubík, PhD.

Typ publikácie: Vysokoškolská učebnica určená pre študentov SPU v Nitre

Vydavateľ: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre

Rok vydania: 2020

Vydanie: prvé

Náklad: 600 kusov

Počet strán: 180

AH – VH: 8,35-8,61

Tlač: Vydavateľstvo SPU v Nitre

Rukopis neprešiel jazykovou úpravou vo Vydavateľstve SPU v Nitre.
Za odbornú a obsahovú náplň publikácie zodpovedajú autori.

ISBN 978-80-552-2261-5