

doc. Ing. Jozef Rédl, PhD.

Pružnosť a pevnosť

Nitra 2020

Názov: **Pružnosť a pevnosť**

Autor: **doc. Ing. Jozef Rédl, PhD.**
Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre
Technická fakulta
Katedra konštruovania strojov

Recenzenti: **doc. RNDr. Monika Božíková, PhD.**
Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre
Technická fakulta
Katedra fyziky

Ing. Štefan Hajdu, PhD.
Slovenská technická univerzita Bratislava
Ústav aplikovanej informatiky, automatizácie a mechatroniky
Materiálovotechnologická fakulta

Schválila rektorka Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre
dňa 23. 6. 2020 ako vysokoškolskú učebnicu pre študentov SPU v Nitre.

©2020 J. Rédl, Nitra 2020

ISBN 978-80-552-2175-5

OBSAH

1	ZÁKLADNÉ POJMY PRUŽNOSTI A PEVNOSTI	11
1.1	Význam a určenie pružnosti a pevnosti v technickej praxi	11
1.2	Základné predpoklady riešenia úloh pružnosti a pevnosti	12
1.2.1	Vlastnosti materiálov	12
1.3	Typy zaťažovania konštrukčných prvkov	13
1.4	Druhy pôsobiacich síl	13
1.5	Metóda elementov	14
1.5.1	Elementárna dĺžka	14
1.5.2	Elementárna plocha (obsah)	14
1.5.3	Elementárny objem	14
1.5.4	Elementárny hranol	14
1.6	Metóda myslených rezov	15
1.7	Mechanické napätie	17
2	NAPÄTOSŤ ELEMENTU	18
2.1	Začiatkové predpoklady	18
2.2	Priamková napätosť	19
2.2.1	Grafické znázornenie priamkovej napätosti, Mohrova kružnica	20
2.3	Rovinná napätosť	24
2.3.1	Grafické znázornenie rovinnej napätosti	28
2.4	Priestorová napätosť	32
2.4.1	Mohrova kružnica priestorovej napätosti	34
2.5	Deformácia elementu	36
2.6	Rovnice elasticity	37
2.6.1	Rovnice elasticity priamkovej napätosti	37
2.6.2	Rovnice elasticity rovinnej napätosti	38
2.6.3	Rovnice elasticity priestorovej napätosti	39
2.7	Energia napätosti	42
2.7.1	Energia priamkovej napätosti	42
2.7.2	Energia rovinnej napätosti	43
2.7.3	Energia priestorovej napätosti	43
2.7.4	Energia napätosti šmykových napätí	44
2.7.5	Celková energia napätosti	45

2.7.6	Vyjadrenie modulu pružnosti v šmyku-strihu	47
3	HYPOTÉZY PORUŠENIA MATERIÁLU	49
3.1	Hypotéza najväčšieho normálového napätia (Rankin, Clapeyron)	49
3.2	Hypotéza najväčšieho šmykového napätia (Guest – Coulomb)	50
3.3	Hypotéza najväčšieho pomerného predĺženia (Saint – Vénant)	51
3.4	Hypotéza medznej čiary (Mohr – Coulomb)	52
3.5	Hypotéza celkovej energie napätosti (Beltrami – Haigh)	53
3.6	Hypotéza energie napätosti pre zmenu tvaru (Huber-Misses-Hencky)	54
4	MOMENTY ZOTRVAČNOSTI ROVINNÝCH PRIEREZOV	59
4.1	Momenty zotrvačnosti a prierezové moduly rovinných prierezov	59
4.2	Momenty zotrvačnosti pri posunutej súradnicovej sústave	62
4.3	Momenty zotrvačnosti pri pootočenej súradnicovej sústave	62
4.4	Mohrova kružnica zotrvačnosti	64
5	ZÁKLADNÉ DRUHY NAMÁHANIA	67
5.1	Ťah-tlak	67
5.1.1	Konštrukčné prvky namáhané odstredivými silami	72
5.1.2	Konštrukčné prvky namáhané osovými silami	77
5.1.3	Výpočet prútových sústav	84
5.2	Šmyk-strih	88
5.2.1	Namáhanie šmykovou silou	88
5.2.2	Navrhovanie zvaraných spojov	91
5.2.2.1	Výpočet tupých a kútových zvarov	93
5.3	Krútenie	95
5.3.1	Podmienka pevnosti a tuhosti pri krútení	95
5.3.2	Staticky neurčité krútenie	97

5.3.3	Energia napätosti pri krútení	98
5.3.4	Výpočet valcových pružín	109
5.4	Ohyb	114
5.4.1	Podmienka pevnosti a tuhosti v ohybe	114
5.4.2	Ohybový moment a priečna sila	115
5.4.3	Šmykové napätie pri ohybe	125
5.4.4	Energia napätosti pri ohybe	127
5.4.5	Približná diferenciálna rovnica prihybovej čiary	127
5.4.6	Výpočet veľkých prihybov	139
5.4.7	Mohrova metóda výpočtu prihybu	144
5.4.8	Prvá Castiglianova veta	150
5.4.9	Druhá Castiglianova veta	161
5.4.10	Metóda porovnania deformácií	165
5.4.11	Trojmomentová veta	167
5.4.12	Aplikácia trojmomentovej vety	174
5.4.13	Výpočet zvarov na ohyb	177
5.4.14	Dimenzovanie a kontrola pevnosti	178
6	KOMBINOVANÉ NAMÁHANIE	184
6.1	Ohyb a krútenie	184
6.2	Ohyb a ťah	185
6.3	Šikmý ohyb	186
6.4	Kombinované namáhanie zvarov	197
6.4.1	Výpočet tupého zvaru	197
6.4.2	Výpočet kútového zvaru	198
7	ROVINNÉ RÁMOVÉ KONŠTRUKCIE	200
7.1	Staticky určité lomené nosníky	200
7.2	Staticky neurčité lomené nosníky	202
8	VZPER	215
8.1	Základné poznatky	215
8.2	Prút na jednom konci votknutý	215

8.3	Prút obojstranne kĺbovo uložený	217
8.4	Prút na jednom konci votknutý a na druhom kĺbovo uložený	218
8.5	Prút obojstranne votknutý	220
8.6	Kritické napätie a podmienka vzpernej pevnosti	222
9	SYMETRICKÉ ROTAČNÉ NÁDOBY	228
9.1	Tenkostenné nádoby	228
9.2	Hrubostenné nádoby	234
10	TEÓRIA PLASTICITY	245
10.1	Základné pojmy	245
10.2	Medzné stavy pri jednoduchých typoch namáhania	246
10.2.1	Ťah-tlak	246
10.2.2	Ohyb	246
10.2.3	Krútenie	247
10.3	Rovnice rovnováhy v stave plasticity	248
11	TVAROVÁ A ÚNAVOVÁ PEVNOSŤ	249
11.1	Vplyv tvaru konštrukčného prvku na rozloženie napätí	249
11.2	Únava materiálu	250
11.3	Výpočet pevnosti súčiastok na únavu	251
	Podmienky pevnosti a tuhosti základných druhov namáhania	253
12	POUŽITÁ LITERATÚRA	256
	PRÍLOHY	257
A	Analytická geometria v rovine a v priestore	257
B	Pojem matice a operácie s maticami	260
C	Matematická analýza	261
D	Statika	265

Úvod

Predkladaná učebnica „*Pružnosť a pevnosť*“ vznikla zo súboru prednášok na technickej fakulte SPU v Nitre ako aj zo súboru prednášok určených pre kurz „*Medzinárodný zvaračský inžinier (IWE)*“. Učebnica je určená predovšetkým poslucháčom technických fakúlt denného a externého štúdia. Publikácia je obsahovo zameraná hlavne na tie témy „*klasickej pružnosti*“, ktoré sú využiteľné hlavne v strojárskych oblastiach hospodárstva a automobilového priemyslu. Má slúžiť ako základná vedomostná báza pre nadväzujúce predmety vo vyšších ročníkoch, ako aj učebná pomôcka pre pracovníkov využívajúcich moderné CAD/CAM/CAE technológie ako aj zvaracích inžinierov a technologov strojárskej výroby, konštruktérov a vedúcich pracovníkov. Predkladaná učebnica vznikla na základe požiadaviek nových študijných odborov na technických fakultách na Slovensku, hlavne pre TF SPU v Nitre. Jednotlivé kapitoly sú upravené tak, aby na seba logicky nadväzovali. Výklad problematiky je vždy založený na grafickej interpretácii problému, ktorý je základom teoretického odvodenia. Pochopenie uvedenej problematiky je však bytostne závislé na znalostiach vyššej matematiky, technickej mechaniky, fyziky a náuky o materiáloch. Vysvetlená problematika je potom doplnená aplikáciou vo forme metodickej ukážky. Niektoré základné pojmy vektorového počtu, analytickej geometrie, matematickej analýzy a statiky sú vysvetlené v prílohách na konci učebnice aby boli čitateľovi ihneď k dispozícii a uľahčili mu tak štúdium.

Predpokladám, že zvolená vedecko-pedagogická metodika organizácie učebnice bude mať pozitívny vplyv na snahu čitateľa pochopiť a v praxi správne aplikovať získané vedomosti a prispeje aj k všeobecnému odbornému rozhl'adu čitateľa.

Touto cestou si dovoľujem poďakovať všetkým tým, ktorí prispeli ku vzniku tohto diela. Zvlášť ďakujem recenzentom za dôkladné prečítanie rukopisu a za ich vecné a kritické pripomienky, ktoré výrazne prispeli k zvýšeniu kvality tejto publikácie. Poďakovanie patrí aj vydavateľstvu za starostlivú prípravu tlače a za tlač.

Jozef Rédl
Pružnosť a pevnosť

Vydavateľ: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre

Vydanie: prvé

Rok vydania: 2020

Náklad: 250 ks

AH-VH: 12,79-13,15

Neprešlo redakčnou úpravou vo Vydavateľstve SPU v Nitre

ISBN 978-80-552-2175-5