

doc. RNDr. Dana Országhová, CSc., Mgr. Vladimír Matušek, PhD.,
PaedDr. Tomáš Pechočiak, PhD., Mgr. Radomíra Hornyák Gregáňová, PhD.,
RNDr. Mária Farkašová, PhD., RNDr. Janka Drábeková, PhD.,
Mgr. Norbert Kecskés, PhD., PaedDr. Helena Baraníková, PhD.

NÁVODY NA CVIČENIA Z MATEMATIKY

Názov: NÁVODY NA CVIČENIA Z MATEMATIKY

Autori: doc. RNDr. Dana Országhová, CSc. (1,77 AH)
Katedra matematiky, FEM SPU v Nitre

Mgr. Vladimír Matušek, PhD. (1,66 AH)
Katedra matematiky, FEM SPU v Nitre

PaedDr. Tomáš Pechočiak, PhD. (1,66 AH)
Katedra matematiky, FEM SPU v Nitre

Mgr. Radomíra Hornyák Gregáňová, PhD. (1,44 AH)
Katedra matematiky, FEM SPU v Nitre

RNDr. Mária Farkašová, PhD. (1,44 AH)
Katedra matematiky, FEM SPU v Nitre

RNDr. Janka Drábeková, PhD. (1,33 AH)
Katedra matematiky, FEM SPU v Nitre

Mgr. Norbert Kecskés, PhD. (0,88 AH)
Katedra matematiky, FEM SPU v Nitre

PaedDr. Helena Baraníková, PhD. (0,88 AH)
Katedra matematiky, FEM SPU v Nitre

Recenzenti: prof. RNDr. Anna Tirpáková, CSc.
doc. Ing. Zuzana Poláková, PhD.

Schválil rektor Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre dňa 23. 7. 2016
ako skriptá pre študentov SPU v Nitre.

© D. Országhová, V. Matušek, T. Pechočiak, R. Hornyák Gregáňová, M. Farkašová,
J. Drábeková, N. Kecskés, H. Baraníková, Nitra 2016

ISBN 978-80-552-1530-3

Obsah

Úvod	5
Kapitola 1: Úprava výrazov. Riešenie rovníc a nerovníc	7
ÚPRAVA ALGEBRAICKÝCH VÝRAZOV	7
LINEÁRNE ROVNICE	9
KVADRATICKÉ ROVNICE	9
LINEÁRNE NEROVNICE	11
KVADRATICKÉ NEROVNICE	11
NEROVNICE S NEZNÁMOU V MENOVATELI ZLOMKU	12
ÚLOHY A CVIČENIA	14
Kapitola 2: Vektory, matice, determinanty	15
VEKTORY	15
MATICE	16
DETERMINANTY	21
ÚLOHY A CVIČENIA	23
Kapitola 3: Sústavy lineárnych rovníc	27
RIEŠENIE SÚSTAVY LINEÁRNYCH ROVNÍC GAUSSOVOU ELIMINAČNOU METÓDOU	27
RIEŠENIE SÚSTAVY LINEÁRNYCH ROVNÍC POMOCOU INVERZNEJ MATICE	34
RIEŠENIE SÚSTAVY LINEÁRNYCH ROVNÍC POMOCOU DETERMINANTOV	36
UKÁŽKA APLIKAČNEJ ÚLOHY	38
ÚLOHY A CVIČENIA	39
Kapitola 4: Funkcia jednej reálnej premennej	41
PREHĽAD ELEMENTÁRNYCH FUNKCIÍ	41
OBLASŤ DEFINÍCIE FUNKCIE	42
VLASTNOSTI A GRAFY FUNKCIÍ	45
INVERZNÁ FUNKCIA	50
CYKLOMETRICKÉ FUNKCIE V ÚLOHÁCH	51
UKÁŽKY APLIKAČNÝCH ÚLOH	53
ÚLOHY A CVIČENIA	55
Kapitola 5: Limita funkcie jednej reálnej premennej	59
LIMITA FUNKCIE VO VLASTNOM BODE	59
LIMITA FUNKCIE V NEVLASTNOM BODE	61
JEDNOSTRANNÉ LIMITY FUNKCIE	62
ASYMPTOTY GRAFU FUNKCIE	63
ÚLOHY A CVIČENIA	67
Kapitola 6: Derivácia funkcie jednej reálnej premennej	69
DERIVÁCIA ELEMENTÁRNYCH FUNKCIÍ	69
DERIVÁCIA ZLOŽENEJ FUNKCIE	72
DOTYČNICA KU GRAFU FUNKCIE	74
DERIVÁCIE VYŠŠÍCH RÁDOV	77
MONOTÓNNOŠŤ FUNKCIE A LOKÁLNE EXTRÉMY FUNKCIE	78
KONVEXNOSŤ, KONKÁVNOSŤ FUNKCIE A INFLEXNÉ BODY FUNKCIE	81
PRIEBEH FUNKCIE	83
EKONOMICKÉ APLIKÁCIE DERIVÁCIE FUNKCIE	85
ÚLOHY A CVIČENIA	87
Kapitola 7: Funkcia dvoch reálnych premenných	89
OBLASŤ DEFINÍCIE FUNKCIE	89
PARCIÁLNE DERIVÁCIE FUNKCIE DVOCH PREMENNÝCH	90
ROVNICA DOTYKOVEJ ROVINY K PLOCHE	92

PARCIÁLNE DERIVÁCIE VYŠŠÍCH RÁDOV FUNKCIE DVOCH PREMENNÝCH	93
LOKÁLNE EXTRÉMY FUNKCIE DVOCH PREMENNÝCH	95
VIAZANÉ EXTRÉMY FUNKCIE DVOCH PREMENNÝCH	98
UKÁŽKY APLIKAČNÝCH ÚLOH	102
ÚLOHY A CVIČENIA	104
Kapitola 8: Neurčitý integrál	107
PRIMITÍVNA FUNKCIA	107
VÝPOČET NEURČITÉHO INTEGRÁLU POMOCOU VIET O INTEGROVANÍ A TABULIEK INTEGRÁLOV	108
VÝPOČET NEURČITÉHO INTEGRÁLU ROZKLADOM	109
VÝPOČET NEURČITÉHO INTEGRÁLU SUBSTITUČNOU METÓDOU	110
VÝPOČET NEURČITÉHO INTEGRÁLU METÓDOU PER PARTES	113
INTEGROVANIE VYBRANÝCH RACIONÁLNYCH FUNKCIÍ	114
INTEGROVANIE GONIOMETRICKÝCH FUNKCIÍ TYPU $\sin^m x \cdot \cos^n x$	116
APLIKAČNÉ ÚLOHY	119
ÚLOHY A CVIČENIA	120
Kapitola 9: Určitý integrál	123
VÝPOČET INTEGRÁLU POMOCOU VZORCOV A ROZKLADOM	123
VÝPOČET INTEGRÁLU POMOCOU SUBSTITÚCIE	124
VÝPOČET INTEGRÁLU METÓDOU PER PARTES	126
APLIKÁCIE URČITÉHO INTEGRÁLU	127
ÚLOHY A CVIČENIA	129
Kapitola 10: Pravdepodobnosť	133
KOMBINATORIKA	133
KLASICKÁ DEFINÍCIA PRAVDEPODOBNOSTI	135
PODMIENENÁ PRAVDEPODOBNOSŤ	137
OPAKOVANÉ POKUSY A BERNOULLIHO SCHÉMA	138
ÚPLNÁ PRAVDEPODOBNOSŤ A BAYESOV VZOREC	139
ÚLOHY A CVIČENIA	141
Kapitola 11: Diferenciálne rovnice	143
POJEM RIEŠENIA DIFERENCIÁLNEJ ROVNICE	143
DIFERENCIÁLNA ROVNICA SO SEPAROVANÝMI PREMENNÝMI	144
SEPAROVATEĽNÁ DIFERENCIÁLNA ROVNICA	145
LINEÁRNA DIFERENCIÁLNA ROVNICA 1. RÁDU	147
DIFERENCIÁLNE ROVNICE VYŠŠIEHO RÁDU TYPU $y^{(n)} = f(x)$	149
LINEÁRNE DIFERENCIÁLNE ROVNICE 2. RÁDU S KONŠTANTNÝMI KOEFIČIENTMI BEZ PRAVEJ STRANY	150
APLIKAČNÁ ÚLOHA	151
ÚLOHY A CVIČENIA	152
Kapitola 12: Nekonečné rady	155
ČÍSELNÝ RAD	155
GEOMETRICKÝ RAD	156
NUTNÁ PODMIENKA KONVERGENCIE ČÍSELNÉHO RADU	158
VYBRANÉ KRITÉRIÁ KONVERGENCIE ČÍSELNÝCH RADOV	159
FUNKCIONÁLNE RADY	160
TAYLOROV A MACLAURINOV RAD	162
ÚLOHY A CVIČENIA	164
Odpovede na kontrolné otázky	167
Literatúra a internetové zdroje	171

ÚVOD

Povinné matematické predmety sú zaradené aj do študijných programov na Slovenskej poľnohospodárskej univerzite v Nitre. Počas bakalárskeho stupňa štúdia získajú študenti potrebné vedomosti z matematiky, ktoré následne uplatnia v odborných predmetoch a pri skúmaní modelov reálnych situácií v rôznych oblastiach ekonomickej, technickej, biologickej a potravinárskej praxe. Aplikácia matematických metód v danom odbore je založená na dobrých znalostiach z vyššej matematiky. Preto hlavným cieľom tejto publikácie je priblížiť študentom matematické metódy priamo v riešení typových úloh a podporiť ich logické schopnosti použiť matematický aparát v riešení aplikačných úloh.

Učebné texty obsahujú kapitoly z matematiky, ktoré sú zahrnuté v študijných osnovách akreditovaných študijných programov na týchto fakultách SPU v Nitre: Fakulta ekonomiky a manažmentu, Technická fakulta, Fakulta biotechnológie a potravinárstva a Fakulta európskych štúdií a regionálneho rozvoja.

Text publikácie je rozdelený do týchto kapitol:

- | | |
|--|--|
| 1. Úprava výrazov. Riešenie rovníc a nerovníc; | 2. Vektory, matice, determinanty; |
| 3. Sústavy lineárnych rovníc; | 4. Funkcia jednej reálnej premennej; |
| 5. Limita funkcie jednej reálnej premennej; | 6. Derivácia funkcie jednej reálnej premennej; |
| 7. Funkcia dvoch reálnych premenných; | 8. Neurčitý integrál; |
| 9. Určitý integrál; | 10. Pravdepodobnosť; |
| 11. Diferenciálne rovnice; | 12. Nekonečné rady. |

V každej kapitole sú zaradené hlavné témy z matematických učebných osnov uvedených fakúlt, ktoré sú prezentované v ukážkach typových príkladov. Učebný text je pre názornosť doplnený obrázkami, tabuľkami a grafmi. Na záver kapitoly sú zaradené úlohy a cvičenia, ktoré obsahujú aj výsledky. Uvedené kapitoly sú doplnené ešte o tieto časti: Odpovede na kontrolné otázky; Literatúra a internetové zdroje. Kontrolné otázky sú uvedené v texte jednotlivých kapitol a majú význam autokontroly štúdia.

Ťažisko zodpovednosti za štúdium je sústredené na študentov a ich samostatnosť pri aktívnom získavaní vedomostí. Preto sa pri tvorbe tejto publikácie autori cielene zamerali na to, aby študijný text bol napísaný prístupnou formou a pomohol študentom v samostatnom štúdiu matematiky a počas prípravy na skúšku. Publikáciu recenzovali prof. RNDr. Anna Tirpáková, CSc. a doc. Ing. Zuzana Poláková, PhD., ktorým ďakujeme za cenné rady a pripomienky, ktorými prispeli k zlepšeniu kvality tejto publikácie.

V Nitre, júl 2016

Autori