

Marian KUČERA, Jozef RÉDL

TECHNICKÁ MECHANIKA

Kinematika a dynamika

Nitra 2016

Názov: Technická mechanika – Kinematika a dynamika

Autori: doc. Ing. Marian Kučera, CSc.
Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, Technická fakulta
Katedra konštruovania strojov

doc. Ing. Jozef Rédl, PhD.
Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, Technická fakulta
Katedra konštruovania strojov

Recenzenti: doc. Ing. Maroš Korenko, PhD.
doc. Ing. Ján Pršan, CSc.

Schválil rektor Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre
dňa 14. 12. 2016 ako vysokoškolskú učebnicu.

ISBN 978-80-552-1606-5

ÚVOD

V predkladanej vysokoškolskej učebnici sú spracované vybrané kapitoly predmetu „Technická mechanika“ časti kinematika a dynamika. Je určená študentom denného ako aj externého štúdia v prvom a druhom stupni štúdia a pre predmet Aplikovaná mechanika v treťom stupni štúdia na Technickej fakulte Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre. V súlade s učebnými osnovami učebnica nadväzuje na poznatky zo statiky, ktoré boli spracované v učebnici Technická mechanika – Statika.

V učebnici sú uvedené základné poznatky z kinematiky a dynamiky bodu, sústavy bodov, dokonale tuhého telesa a sústav telies v rozsahu, ktorý je v súlade s obsahovou náplňou predmetu technická mechanika prednášaného na technických fakultách. Vo väčšine kapitol je použitý vektorový počet. Stručnosť a jednoduchosť výkladu umožňuje študovať väčšinu kapitol samostatne a nezávisle.

V úvodných kapitolách kinematiky sú spracované základné poznatky pohybu bodu ako aj pohybu tuhého telesa. Tieto poznatky sú dôležité na osvojenie si riešenia kinematiky rovinných mechanizmov, predovšetkým grafických spôsobov riešenia, čo je aj ich hlavným cieľom.

Úvodné kapitoly dynamiky sú venované základným poznatkom dynamiky hmotného bodu a sústavy hmotných bodov, ktorá bola vybudovaná na dôslednej aplikácii druhého Newtonovho zákona. Základné princípy tvorby pohybových rovníc pomôžu študentom v osvojení si problematiky dynamiky tuhého telesa ako aj sústavy telies a metód ich riešenia.

V predloženej učebnici sú uplatnené všeobecné zásady: naučiť študentov základné princípy kinematiky a dynamiky tuhého telesa resp. sústavy telies a tým naučiť študentov tvorivým spôsobom myslieť. Použitý prístup by mal umožniť študentom pochopiť prednášanú látku tak, aby dokázali mechanické javy opísať a vysvetliť. Študenti by mali na základe axióm a zákonov mechaniky vedieť tieto javy kvalitatívne aj kvantitatívne popísať a takto získané vedomosti z mechaniky tvorivo aplikovať pri riešení konkrétnych úloh technickej praxe. Z uvedeného dôvodu sú niektoré postupy riešenia uvádzané na konkrétnych príkladoch, ktoré ju po praktickej stránke dopĺňajú. Na úspešné zvládnutie spracovanej problematiky sa predpokladajú primerané znalosti z vyššej matematiky, prednášanej na technických fakultách univerzít, vrátane znalostí základov vektorovej algebry. Touto cestou sa chceme opäť poďakovať bývalému spolupracovníkovi a pedagógovi TF SPU prof. Ing. Jozefovi Šestákovi, CSc., za poskytnutie podkladov a písomný súhlas s ich zapracovaním do učebnice. To umožnilo autorom zostaviť túto učebnicu a samozrejme prispelo to aj k zvýšeniu jej kvality. Učebnica je zostavená z uvedených podkladov ako aj z prednáškových materiálov autorov v súlade s učebnými osnovami.

Predpokladáme, že učebnica bude vhodnou učebnou pomôckou pri štúdiu tohto predmetu, čo je jej hlavným cieľom.

Obidvom lektorom vyjadrujeme srdečné poďakovanie za pripomienky a konštruktívne návrhy.

Historický úvod

Kinematika a dynamika sú časťou mechaniky, v ktorej sa skúma pohyb hmotných bodov a tuhých telies. Kinematika skúma a popisuje rôzne druhy pohybu hmotného bodu, alebo tuhého telesa z hľadiska jeho polohy, ale nezaobrá sa príčinami pohybu. Výsledkom kinematickej analýzy sú potom dislokácie hmotného bodu (časti mechanizmu, tuhého telesa) a jeho rýchlosť a zrýchlenie. Hmotný bod môže reprezentovať ľubovoľný bod pohyblivého mechanizmu. Využitie analytických kinematických metód je hlavne v analýze a syntéze rovinných a priestorových mechanizmov ako aj v analýze zrýchlení pri relatívnych pohyboch tuhých telies.

V dynamike sa skúma pohyb tuhých telies, alebo sústavy tuhých telies v závislosti od pôsobiacich síl na telesá. Sledujú sa dynamické premenné v čase ako sú hybnosť a energia. Dynamika predstavuje časť mechaniky, ktorá má zvláštny význam pre riešenie mnohých praktických úloh v rôznych oblastiach techniky. Zakladateľom dynamiky je taliansky vedec GALILEI (1564-1642). Ako prvý zaviedol do mechaniky pojem rýchlosť a zrýchlenie pohybujúceho sa hmotného bodu pri nerovnomernom priamočiaram pohybe a stanovil zákony voľného pádu telies v priestore. Galilei sformuloval prvý zákon dynamiky: *zákon zotrvačnosti* a stanovil pohyb telesa vrhnutého pod uhlom k horizontu v priestore a pohybujúceho sa po parabole. Holandský vedec HUYGENS (1629-1695) zaviedol pojem momentu zotrvačnosti, zostavil teóriu kyvadla a vynášiel hodiny. Zovšeobecnil pojem zrýchlenia náhodného nepriamočiareho pohybu, stanovil pojem odstredivej sily. Galileovu začatú prácu na vytvorení dynamiky dokončil veľký Anglický vedec NEWTON (1643-1727), ktorý vo svojej znamenitej práci *Philosophiae naturalis principia mathematica* sformuloval základné zákony klasickej mechaniky a na základe týchto zákonov dal systematický výklad dynamiky. Zvláštny význam mal Newtonov zákon rovnosti pôsobenia akcie a reakcie, ktorý dovolil prejsť od dynamiky hmotného bodu k dynamike mechanických systémov (sústav). Rozvíjajúc myšlienky DESCARTA (1596-1650) o zachovaní impulzu sily, Newton určil, že zmena impulzu sily pohybujúceho sa mechanického systému sa určuje len vonkajšími silami. Oblasť uplatňovania zákonov klasickej mechaniky, vytvorenej Galileom a Newtonom, ako dokázali novšie objavy z konca 19. a prvej štvrtiny 20. st., sú ohraničené. Tieto zákony sa nezhodujú s pokusmi pri skúmaní pohybu telies, kde sa rýchlosť rovná rýchlosti svetla. Nová relativistická mechanika, vytvorená začiatkom 20. st., nemeckým fyzikom ALBERTOM EINSTEINOM (1879-1955), radikálnym spôsobom zmenila predstavy mechaniky o priestore, čase, hmote a energii. Avšak výsledky získané na základe zákonov klasickej mechaniky a relativistickej mechaniky pre telesá, ktorých rýchlosť je omnoho menšia ako rýchlosť svetla sa prakticky zhodujú. Vo svete teórie relativity, klasická mechanika Galilea-Newtona nadobudla charakter čiastočnej náhody a zachováva si svoj význam aj v budúcom období, prejavujúc sa vedecko-teoretickým základom vo väčšine oblastí techniky. Na základe zákonov Galilea-Newtona sa ďalej dokazovali teorémy a stanovovali sa princípy mechaniky, obsiahnuté v obsahu súčasného kurzu teoretickej mechaniky. Teoréma o zmene kinetickej energie, alebo ako ju skôr nazývali, teoréma živých síl, bola sformulovaná IVANOM BERNOULIM (1667-1748) a DANIELOM BERNOULIM (1700-1782). Teoréma o zmene momentu hybnosti bola stanovená takmer naraz (1746) Eulerom a D. Bernoulim. V roku 1719 J. German, akademik Petrohradskej akadémie vied, stanovil princíp mechaniky, pomocou ktorej sa rovnicami dynamiky pridali podľa druhu tvaru rovnice statiky. Táto metóda dostala aj názov *Petrohradský princíp* (metóda kinetostatiky). V roku 1736 Euler zovšeobecnil tento princíp a uplatnil ho pre skúmanie kmitania pružných (ohybných) telies. V roku 1743 d'Alembert vyslovil princíp, ktorý dostal názov d'Alembertov princíp, ktorý slúži ako základ pre zostrojenie mechaniky systémov podriadených spojitostiam. Teória d'Alemberta dovolila rozšíriť uplatnenie princípu Germana-Eulera na náhodne zložených systémoch skladajúcich sa

zo značného počtu vzájomne viazaných telies. LAGRANGE (1736-1711) spojil princíp Germana-Eulera-d'Alemberta zo všeobecným princípom statiky-princípom virtuálnych posunutí a dal mu vhodný tvar pre praktické využitie. Prvý krát bol princíp virtuálnych posunutí stanovený Stevinom (1548-1620). Galilei doplnil bádania Stevina o úvahy o naklonenej rovine a dal znamenitú formuláciu pravidla mechaniky: *čo sa získava na sile, to sa stráca na rýchlosti*. Na prísnom vedeckom dokazovaní princípu virtuálnych posunutí pracovali Bernouli, Poisson, Ampere, Lagrange, Fouriere. Akademik M.V.Ostrogadski (1801-1862) zovšeobecnil princíp virtuálnych posunutí a uplatnil ho v riešení nových úloh mechaniky. Diferenciálne rovnice pohybu mechanických systémov vo všeobecných súradniciach boli vytvorené Lagrangeom. Rovnice Lagrangea určujú pohyb mechanického systému v najvšeobecnejšom tvare. Tieto rovnice, Lagrange uplatnil pri sledovaní malých kmitaniach systému. Meščerskij (1859-1935), autor slávneho zborníka úloh teoretickej mechaniky, v práci *Dynamika bodu premenlivej hmotnosti* (1897) objavil novú oblasť mechaniky-mechaniku telies premenlivej hmotnosti a jednou z jej častí je aj teória pohybu reaktívnych strojov. Vytvorenie základu výpočtu reaktívneho pohybu prináleží vynikajúcemu ruskému vedcovi a vynálezcovi K.E.Ciolkovskému (1857-1935), ktorý rozpracoval konštrukciu prvej kozmickej rakety. Práce akademika Krylova (1863-1945) o teórii kozmických rakiet, teórii gyroskopov, teórii kmitania, rovniciach matematickej fyziky, vonkajšej balistiky, teórie pružnosti mali veľký vplyv na rozvoj mechaniky v celosvetovom meradle. Všetci spomenutí, ale aj nespomenutí vedci a výskumníci v oblasti mechaniky, ktorí vo svojich prácach úzko spojili teóriu s praxou tak dali veľký vklad do klenotnice svetovej vedy.

OBSAH

1 KINEMATIKA BODU – ZÁKLADNÉ POJMY	7
1.1 Priamočiary pohyb bodu	8
1.1.1 Rýchlosť bodu	8
1.1.2 Zrýchlenie bodu	8
1.1.3 Všeobecné riešenie priamočiareho pohybu bodu	8
1.1.4 Priamočiary pohyb s nulovým zrýchlením (rovnomerný pohyb)	9
1.1.5 Priamočiary pohyb so stálym zrýchlením	10
1.2 Krivočiary pohyb bodu - rozklad pohybu do smeru dotyčnice a normály k trajektórii ..	11
2 KINEMATIKA ROVINNÉHO POHYBU TUHÉHO TELESA	14
2.1 Vzťah medzi rýchlosťami dvoch bodov jedného tuhého telesa	15
2.1.1 Podmienka tuhosti telesa. Pootočené rýchlosti	22
2.1.2 Translačný pohyb telesa	24
2.1.3 Rotácia telesa okolo stálej osi	24
2.1.4 Pól pohybu – okamžitý stred otáčania s nulovou rýchlosťou	31
2.1.5 Vzťah medzi zrýchleniami dvoch bodov jedného tuhého telesa. Uhlové zrýchlenie telesa	35
2.1.6 Základný rozklad pohybu	39
2.2 Vzťah medzi rýchlosťami bodu, ktorý sa pohybuje voči dvom referenčným rovinám ..	41
2.3 Vzťah medzi zrýchleniami bodu, ktorý sa pohybuje voči dvom referenčným rovinám	43
2.4 Rozklad pohybov	48
2.5 Odvaľovanie tuhého kolesa po priamke	50
3 KINEMATIKA ROVINNÝCH SÚSTAV TELIES	52
3.1 Zloženie sústav	52
3.2 Grafická kinematika rovinných mechanizmov (sústav)	53
3.2.1 Použitie geometrie rovinných mechanizmov pri kinematickom riešení	53
3.2.2 Grafická kinematika kĺbových mechanizmov	58
3.2.3 Grafická kinematika kulisových mechanizmov	65
3.2.4 Palcové a vačkové mechanizmy	72
3.2.5 Ozubené prevody a planétové súkolesia	74
4 KINEMATICKÁ METÓDA V STATIKE	81
DYNAMIKA	85
5 VEKTOROVÁ DYNAMIKA HMOTNÉHO BODU	85
5.2.1 Pohyb voľného bodu s konštantnou hmotnosťou	91
5.2.2 Pohyb viazaného bodu s konštantnou hmotnosťou	93
5.3 Základné vety dynamiky hmotného bodu	95
5.3.1 Veta o zmene hybnosti hmotného bodu	96
5.3.2 Veta o zmene momentu hybnosti hmotného bodu	97
5.4 Veta o zmene kinetickej energie a zákon o zachovaní mechanickej energie	99
6 DYNAMIKA SÚSTAVY HMOTNÝCH BODOV	104
6.1 Metóda uvoľnenia	104
6.2 Pohyb strediska (ťažiska) sústavy hmotných bodov	106
7 GEOMETRIA HMÔT	110
7.1 Osové momenty zotrvačnosti k rovnobežne posunutým osiam	113
7.2 Polomer zotrvačnosti	113
7.3 Hlavné osi zotrvačnosti a elipsoid zotrvačnosti	113
8 DYNAMIKA TUHÉHO TELESA V ROVINE	116

8. 1 Posuvný (translačný) pohyb telesa	116
8. 2 Rotačný pohyb okolo stálej osi	117
8. 3 Zotrvačné účinky a vyvažovanie	119
8. 4 Všeobecný (obecný) pohyb telesa v rovine	123
8.4.1 Kinetická energia telesa	124
9 DYNAMIKA ROVINNÝCH SÚSTAV TELIES	128
9. 1 Metóda uvoľnenia	128
9. 3 Redukcia hmotných a silových veličín	131
9.3.1 Základné vzťahy pre výpočet redukcie	132
10 MECHANICKÉ KMITANIE	138
10. 1 Voľné kmitanie hmotného bodu -pohyb harmonický	139
10. 2 Vynútené kmitanie hmotného bodu - pohyb netlmený	141
10. 3 Voľné kmitanie hmotného bodu s tlmením	145
10. 4 Vynútené kmitanie hmotného bodu s tlmením	146
11 DYNAMIKA RELATÍVNEHO POHYBU	149
11.1 Relatívny pohyb hmotného bodu	149
POUŽITÁ LITERATÚRA	153
OBSAH	154

Marian Kučera, Jozef Rédl

Technická mechanika – Kinematika a dynamika

Vydala: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre

Vydanie: prvé

Náklad: 250 ks

Tlač: Vydavateľstvo SPU v Nitre

AH-VH: 9,14-9,37

Neprešlo redakčnou úpravou vo Vydavateľstve SPU v Nitre.

ISBN 978-80-552-1606-5